

LA RECTA REAL

1.- Dados los siguientes números: 1.3 , 4 , -2π , $3.010010001\dots$

- Di a qué conjuntos numéricos pertenece cada uno.
- Escribe el intervalo más corto que los contenga a todos. Exprésalo también como conjunto.

2.- Escribe un número que cumpla cada una de las siguientes condiciones. Si no hay ninguno, indícalo:

- Es real, pero no racional.
- Es irracional y entero.
- Es entero, pero no natural.

3.- Poner 3 números que cumplan cada uno de los apartados (si no existen justificarlo):

- Número irracional
- Numero natural y no entero.
- Número racional y no entero
- Número entero y no racional.
- Número no real.

4.. Indicar razonadamente 4 números irracionales comprendidos

entre $\sqrt{3}$ y $-\sqrt{3}$.

5.-Calcula qué valores de x verifican las siguientes condiciones:

a) $|x + 3| \geq 4$

b) $|4x + 7| \geq 2$

6. Escribe las siguientes expresiones como potencia única, simplificando todo lo posible:

a) $\sqrt{2^3\sqrt{2}}$

b) $5x^2 \cdot \sqrt[3]{x}$

7.- Racionaliza y simplifica lo que puedas:

a) $\frac{3}{3 - \sqrt{3}}$

a) $\frac{10}{\sqrt{2}}$

c) $\frac{4\sqrt{6}}{-2\sqrt{3} + 3 - \sqrt{2}}$

d) $\frac{4\sqrt{3} - 3\sqrt{5}}{\sqrt[3]{20}}$

8.- Realiza la siguiente operación, simplificando el resultado todo lo que puedas:

a) $\sqrt{12} + 3\sqrt{27} - 4\sqrt{48} + 2\sqrt{50} =$

b) $\sqrt{125-x} - 3\sqrt{75-x} + 2\sqrt{108-x} + 4\sqrt{180-x}$

9.- Sabiendo que $\text{Log}_3 P = 0.2$, calcula:

$$\text{Log}_3 \frac{81}{P^2}$$

10.- Si $\log_2 P = 4,2$, $\log_2 Q = -2,1$ y $\log_2 R = 1,3$, calcular

$$\log_2 \frac{\sqrt{P} Q^2}{8 \sqrt[3]{R}}$$

11.- Calcula x en cada caso:

a) $2^x = 7$
 $\text{Log} \frac{4^x}{5} = 1$

b) $5^x = 1$

12 Aplicando las propiedades de los logaritmos, calcula x:

a) $\frac{1}{2} \log x = \log 6 - \log 2 + \log 3$

b) $\log(x^2 + 8) - \log 3 = 5,3$

c) $\log_x 7 = 3$

13.- Expresar como un único logaritmo la siguiente expresión:

$$2 \cdot \log_3 A + \frac{2}{3} \cdot \log_3 B - \frac{1}{2} \log_3 C - 3 \log_3 D$$

ARITMÉTICA MERCANTIL

FÓRMULAS

Capitalización:

$$C_f = a \left(1 + \frac{i}{p}\right)^{pn} \frac{\frac{i}{p}}{\frac{i}{p}}$$

$$\text{para } p = 1 \rightarrow C_f = a(1 + i) \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$$

Créditos:

$$a = C \cdot \frac{\left(1 + \frac{i}{p}\right)^{pn} \cdot \frac{i}{p}}{\left(1 + \frac{i}{p}\right)^{pn} - 1}$$

$$\text{para } p = 1 \rightarrow a = C \cdot \frac{(1 + i)^n \cdot i}{(1 + i)^n - 1}$$

1.- Unos padres depositan 4500 € en una cuenta a su hija el día que nace. El banco les garantiza un interés compuesto del 5,5% anual con liquidación mensual. Averiguar el capital que tendrá la hija el día que se hace mayor de edad (18 años).

2.- Inés quiere formar en 16 años un capital de 55 000 €. Un banco le ofrece invertir en un plan que garantiza el 3 % de interés anual. ¿Qué cantidad mensual deberá aportar al plan de ahorro que le proponen?.

3.-Elabora la tabla de amortización correspondiente a las 4 anualidades de un préstamo de 12 000 € al 4 % de interés anual.

AÑO	CUOTA ANUAL	INTERÉS DEL PERÍODO	CAPITAL AMORTIZADO	DEUDA PENDIENTE
TOTAL				

4.-Un plan de jubilación exige que quien lo suscriba aporte 1 500€ cada año. Si le aplican un 5 % de interés, ¿qué capital se habrá formado al cabo de 20 años?

5.- Calcular la cuota a pagar, si compramos un ordenador de 1500 € a crédito, con pagos mensuales, y sabiendo que el banco nos cobra una tasa de interés anual del 6% y que deseamos pagarlo en 2 años.

6.- Halla el tiempo que tardaría en pagar un préstamo de 25000 € al 5 % anual si abono una cuota anual de 4 500 €.

ÁLGEBRA

1.-Calcular las raíces de los siguientes polinomios y factorizarlos.

$$P(x) = x^4 - 3x^3 + x^2 + 3x - 2$$

$$M(x) = x^5 - 16x$$

$$Q(x) = 4x^5 + 12x^4 - 12x^3 - 44x^2 - 24x$$

$$R(x) = 7x^5 - 21x^4 - 21x^3 + 77x^2 - 42x$$

2.-Calcular el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de los dos polinomios siguientes:

$$P(x) = 3x^4 - 12x^2 \quad \mathbf{y} \quad Q(x) = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

3.- Calcular razonadamente el resto de las siguientes divisiones:

a) $(3x^{12} - 3x^{11} - 7) : (x - 1)$

b) $(2x^{12} - 3x^{11} + 8) : (x + 1)$

4.-Calcular y simplificar: $(2x + 3)^2 - (-3x + 2)^2$

5.-Opera y simplifica:

a) $\frac{x}{x^2-1} - \frac{2x-1}{x^3-x} =$

b) $\frac{3x+3}{x^2+6x+9} \cdot \frac{x+3}{x+1} =$

6.-.- Resolver las ecuaciones:

a) $\frac{8}{x-5} - \frac{3}{x-2} = -\frac{11}{8} - \frac{11}{28}$

b) $\frac{10}{3(x-2)} - \frac{10}{2(x+5)} = -\frac{10}{3}$

—

7.- Resolver las ecuaciones:

- a) $\sqrt{36 + 28X} - 4X = 4$
- b) $\sqrt{9 + 7X} - 2X = 2$
- c) $\sqrt{2x + 5} - 3x + 3 = 0$

8.- Resolver las ecuaciones

- a) $x^4 + 2x^2 - 48 = 0$
- b) $2x^8 - 6x^4 + 4 = 0$
- c) $2x^6 + 4x^3 - 96 = 0$

9.- Calcular razonadamente x

- a) $7^{5x-3} = 3$
- b) $8^{3x-5} = 5$

10.- . Calcular razonadamente x.

- a) $\log(4x + 5) - \log(3x - 1) = 4 \cdot \log(3)$
- b) $\log(4x + 3) - \log x = \log(4x)$

11.- Calcular razonadamente x

- a) $3 \cdot 2^{x+1} = 21$
- b) $3^{x+1} + 3^x + 3^{x-1} = \frac{13}{81}$
- c) $2^{x+1} + 2^x + 2^{x-1} = \frac{7}{8}$

FUNCIONES

1.- Calcula el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$

b) $g(x) = \log(2 - x^2 - x)$

c) $f(x) = \sqrt{-6 + x + x^2}$

d) $f(x) = \ln\left(\frac{7}{8-x}\right)$

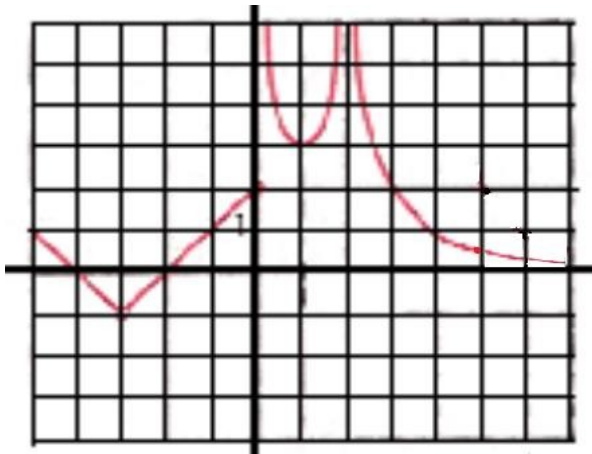
e) $f(x) = \frac{1}{x-3}$

f) $g(x) = 2^x$

g) $f(x) = \frac{4x}{\sqrt{-6+3x+2x}}$

h) $f(x) = \ln_{(2-x)} x - 1$

2.- A partir de la gráfica de esta función, analiza:



- a) Dominio
- b) Recorrido
- c) Continuidad
- d) Asíntotas
- e) Monotonía
- f) Extremos relativos

3.- Si $f(x) = \sqrt{2x^2 - 4}$ y $g(x) = 3x - 6$, calcular

a) $f \circ g(x)$ b) $g \circ f(x)$ c) $g \circ g(x)$ b) $g \circ f(4)$

4.- Demostrar razonadamente si la siguiente función es par o impar (o ninguno de

los dos) $f(x) = \frac{2x^2 + 2}{6x^2 - 3}$

5.- Calcular la función inversa de $y = \frac{2x}{x+4}$

6.- Representar aproximadamente (y razonadamente) a partir de la gráfica de $y = \sqrt{x}$, las gráficas de

$$y = \sqrt{x+2}$$

$$y = -\sqrt{x-4}$$

Indicar el dominio y recorrido de las dos funciones.

7.- En la tabla siguiente se indica el tiempo (en días) y el peso (en gramos) de tres embriones de cierta especie animal:

Tiempo	3	5	8
Peso	8	22	73

- a) Estima el peso de un embrión de 6 días utilizando la interpolación lineal.
- b) Estima el peso de un embrión de 9 días utilizando la extrapolación lineal.

8.- Los valores de la temperatura media de unos determinados días del mes son:

Día	1	3	5
Temp. media °C	18	24	14

Calcular por interpolación o extrapolación lineal la temperatura media de los días : 2 y 6.

9.- Representar razonadamente la siguiente función a trozos

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & \text{si } x \in [-5, 0) \\ x^2 - 4x + 2 & \text{si } x \in [0, 4) \\ 4 & \text{si } x \in (5, \infty) \end{cases}$$

10.- Representar razonadamente la siguiente función a trozos. Indicar el dominio, recorrido, intervalos de crecimiento, intervalos de concavidad y convexidad.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{-1}{x+4} - 2 & \text{si } x \in [-10, 4) \\ 2x + 3 & \text{si } x \in [5, 8) \end{cases}$$

11.- Estudia la continuidad de esta función y represéntala:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & \text{si } x < 0 \\ -x^2 + 4x - 3 & \text{si } 0 < x \leq 4 \end{cases}$$

12.- En un laboratorio tienen un cultivo bacteriano que duplica su tamaño cada día. El peso del cultivo, en gramos, se ajusta a la siguiente función: $f(x) = 3 \cdot 2^x$, donde x es el tiempo en días.

- a. ¿De qué tipo es la función?
- b. ¿Cuál es el peso inicial?
- c. ¿Al cabo de cuánto tiempo habrá 20 g?

13.- En una plantación, la cantidad de mosquitos que atacan la producción depende de la temperatura media del día, y sigue la relación:

$$y = 500 + 100 \cdot \log_2(x - 12) ,$$

x= temperatura media diaria en grados centígrados

y= mosquitos que atacan a cada árbol.

Se pide:

- Representar gráficamente la relación entre la temperatura media diaria y los mosquitos que atacan a cada árbol
- ¿Con qué temperatura media atacarán 750 mosquitos a cada árbol?
- ¿Calcular la temperatura media en la que mueren todos los mosquitos?.

14.- . La cantidad de material radiactivo que queda al cabo de t años en una muestra de 75 gramos , se puede calcular mediante la ecuación

$$C(t) = 75 \cdot (0,62)^t$$

Se pide:

- Representar gráficamente la relación entre el tiempo y la cantidad de material radiactivo que queda.
- ¿Cuántos años tienen que transcurrir para que queden 10 gramos de material radiactivo?.

LÍMITES Y CONTINUIDAD

1.- Calcula los siguientes límites:

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - 3x^5)$

b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2 + x^2 - x^5)$

c. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3x^5}{2 + x^2 + 4x^5}$

d. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3x}{x - 2}$

e. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 1}{x^3 - 1}$

2.- Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

b) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x - 3}{x^2 - 9}$

3.- Calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-5x^5 + 4x^2 + 8)$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x^2 - 6x + 2}{7x^3 + 8x + 2} \right)$

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{7x^2 + 6x + 2}{5x^2 + 8x + 2} \right)$

d) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^3 + 2x^2 - 5x - 6}{x^2 - 4} \right)$

e) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{7 - 2x})$

f) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{8 - 4x})$

g) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{9x^2 - 6x + 2}{5x^3 + 8x + 2} \right)$

h) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{6x^2 + 6x + 2}{9x^2 + 8x + 2} \right)$

4.-

a) Estudia la continuidad de la siguiente función en todo \mathbb{R} . En caso de discontinuidad, indica de qué tipo es:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{x} & \text{si } x < 0 \\ x^2 + 2 & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ \frac{x^2 + 6}{x} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

b) Calcula las asíntotas horizontales y verticales de la función anterior.

5.a) Estudia la continuidad de las siguientes funciones. Si encuentras puntos de discontinuidad, indica qué tipo de discontinuidad es.

b) Calcula todas las asíntotas de f(x) y las de g(x)-

a) $f(x) = \frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 - 9}$

b) $g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 4}$

6.-. Estudiar la continuidad de las siguientes funciones en los puntos indicados. Indicar el tipo de discontinuidad si existiese en el punto o el conjunto de puntos indicado.

a) $f(x) = \frac{2x^4 - 3x}{x}$ en $x = 0$

b) $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 5}{x - 1}$ en $x = 1$

c) $f(x) = \begin{cases} x^4 + 8x + 2 & \text{si } x < 5 \\ \frac{x+3}{3x+2} & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$ en todos los números reales

7.-. Calcular todas las asíntotas y todas las ramas infinitas de las siguientes funciones, y realizar una representación aproximada:

a) $f(x) = \frac{5}{x^2 - 4}$

b) $f(x) = \log(8x + 5)$

DERIVADAS

2.- La función $C(x) = x^2 + 7x$ indica el coste de fabricación, en euros, de x unidades de cierto producto.

- a) Calcula la tasa de variación media entre 100 y 500 unidades.
- b) Calcula la pendiente de la gráfica de la función cuando $x = 100$

3.- a) Calcula en el intervalo $[-3, 2]$ la tasa de variación media de la función

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 5x$$

- b) Halla la función derivada de f
- c) Halla la ecuación de la recta tangente a f en el punto $x = 0$
- d) Halla los máximos, mínimos e intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función f

4.- Escribe la ecuación de la recta tangente a $y = x^2 - 1$ en el punto de abscisa $x = -1$.

5.- Hallar la ecuación de la recta tangente a $f(x) = 3x^3 - 2x^2 + 8$ en $x=3$.

.-Calcula los puntos en los que la función $y = 3 - 9x + 3x^2 + x^3$ tiene tangente horizontal y escribe la ecuación de esa tangente en cada uno de ellos.

7.) Hallar los puntos en los que la recta tangente a $f(x) = 4x^3 + 8x^2 - 3x + 9$ es horizontal y escribe la ecuación de dichas rectas.

8.- . Si los beneficios de una empresa siguen la función

$f(x) = -24x^2 + 6000x - 9000$, siendo x las unidades producidas, averiguar cuál debe ser la producción para obtener el beneficio máximo. Calcular dicho beneficio.

ESTADÍSTICA

1. Las notas de 10 alumnos y alumnas de una clase en Matemáticas y en Física han sido las siguientes:

Matemáticas	7	6	4	5	9	10	3	1	10	6
Física	8	6	3	6	10	9	1	2	10	5

Representa los datos mediante una nube de puntos y di cuál de estos valores te parece más apropiado para el coeficiente de correlación: 0,23; 0,94; -0,37; -0,94.

2. Se ha medido la potencia y el consumo de 6 modelos distintos de coches, obteniéndose los siguientes resultados:

Potencia (kw)	81	85	66	85	104	83
Consumo(l/100 km)	7,5	10,6	8,2	9,2	10,7	8,7

Halla el coeficiente de correlación. ¿Cómo es la relación entre las dos variables?

Comprueba el resultado con la calculadora.

3. Se ha medido el volumen, y el peso, de distintos tipos de maletas, obteniendo los resultados que se recogen en esta tabla:

X: Volumen (l)	97	102	94	107	92	98
Y: Peso (kg)	6,9	7,1	6,7	7,4	5,8	6,1

a) Halla la recta de regresión de Y sobre X .

b) Calcula $\hat{y}(120)$. ¿Es fiable esta estimación? (Sabemos que $r = 0,79$).

Comprueba los resultados con la calculadora.

4. Un grupo de 10 amigos se ha presentado a una prueba de oposición. Anotaron el número de horas que dedicaron a estudiar la semana antes del examen y la nota obtenida en la prueba. La información se recoge en la siguiente tabla:

Horas de estudio	21	15	10	15	20	30	18	20	25	16
Nota	9	7	5	2	7	8	8	6	5	4

Representa los datos mediante una nube de puntos e indica cuál de estos valores te parece más apropiado para el coeficiente de correlación: 0,92; -0,44; -0,92; 0,44.

5. Se han realizado unas pruebas de habilidad (puntuán de 0 a 5) en un grupo de alumnos. Las siguientes puntuaciones corresponden a las obtenidas por seis alumnos en dos de ellas:

1. ^a prueba	5	5	4	3	2	4
2. ^a prueba	4	3	4	4	3	2

Calcula el coeficiente de correlación. ¿Cómo es la relación entre las variables?

Comprueba el resultado con la calculadora.

6. En seis colegios de la misma zona se ha estudiado la nota media de los estudiantes de 1.º de Bachillerato en Matemáticas y en Inglés, obteniéndose la información que se recoge en la siguiente tabla:

X : Matemáticas	6,5	5,2	6	6,5	7	6
Y : Inglés	7	5	5	6	7,5	5

a) Halla la recta de regresión de Y sobre X .

b) Calcula $\hat{y}(5,5)$. ¿Es fiable esta estimación? (Sabemos que $r = 0,84$).

Comprueba los resultados con la calculadora.